

Thema	Bereiche	Seite
Ladung	Berechnung	1-2
Spannung	allgemeine Definition	1-2
	Berechnung	1-2
	Definition über Potential	1-2
Stromstärke	Berechnung über Ladung	1-2
Stromdichte	Berechnung	1-3
Widerstand	Berechnung allgemein	1-3
	Berechnung über spezifischen Widerstand	1-3
	Berechnung über spezifische Leitfähigkeit	1-3
Leitwert	Berechnung	1-3
Differenzieller Widerstand	Berechnung	1-3
Widerstand und Temperatur	Berechnung	1-4
Stern-Dreieck	Umrechnung Stern → Dreieck	1-4
	Umrechnung Dreieck → Stern	1-4
Grundschialtung	Reihenschaltung von Widerständen	1-5
	Parallelschialtung von Widerständen	1-5
Elektrische Energie (Arbeit)	Berechnung	1-6
	Einheitenumrechnung J → kWh , kWh → J	1-6
Leistung	Berechnung	1-6
Wirkungsgrad	Berechnung	1-6
Spannungsteiler	unbelastet	1-7
	belastet	1-7
Spannungs- und Strompfeilsysteme	Verbraucher-Zählpfeil-System (VZS)	1-8
	Erzeuger-Zählpfeil-System (EZS)	1-8
Aktive Zweipole	Definition	1-8
Ideale Quellen	Ideale Spannungsquelle	1-9
	Ideale Stromquelle	1-9
	Leistungsanpassung an Quellen	1-9
Reale Quellen	Reale Spannungsquelle	1-10
	Reale Stromquelle	1-10
	Umrechnung Strom- in Spannungsquelle	1-11
	Umrechnung Spannungs- in Stromquelle	1-11
Kirchhoffsche Gesetze	Knotensatz (1.Kirchhoffsches Gesetz)	1-12
	Maschensatz (2.Kirchhoffsches Gesetz)	1-12
	Berechnungen mit Knoten- und Maschensatz	1-13
Ersatzspannungsquelle	Prinzip	1-14
	Berechnung	1-14

Ladung:

$$Q = n \cdot e$$

$$n = \frac{Q}{e}$$

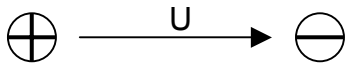
Q = Ladung in As

n = Anzahl der Ladungsträger

e = Elementarladung

Spannung:

allgemein:



$$U = \frac{W}{Q}$$

$$Q = \frac{W}{U}$$

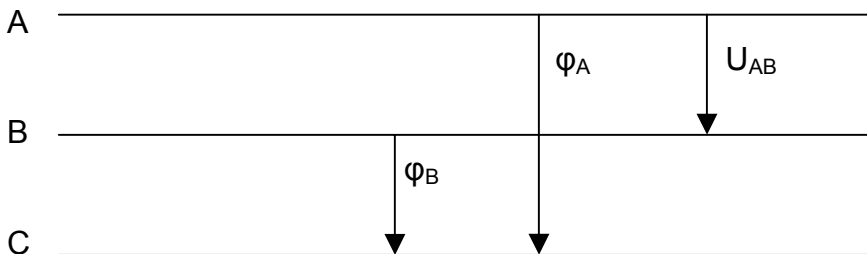
$$W = Q \cdot U$$

U = Spannung in V

W = Arbeit in J (= Ws = VAs)

Q = Ladung in As

über Potential:



C = Bezugspotential (Bezugspunkt)

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$$

U_{AB} = Spannung = Potentialdifferenz zwischen Punkt A und B in V

φ_A = Potential des Punktes A bezüglich des Bezugspunktes in V

φ_B = Potential des Punktes A bezüglich des Bezugspunktes in V

Stromstärke:

$$I = \frac{Q}{t}$$

$$t = \frac{Q}{I}$$

$$Q = I \cdot t$$

I = Stromstärke in A

Q = Ladung in As

t = Zeit in s

Stromdichte:

$$S = \frac{I}{A}$$

$$A = \frac{I}{S}$$

$$I = S \cdot A$$

S = Stromdichte in $\frac{A}{mm^2}$

I = Stromstärke in A

A = Querschnitt in mm^2

Widerstand:

$$R = \frac{U}{I}$$

$$I = \frac{U}{R}$$

$$U = R \cdot I$$

R = Widerstand in Ω

U = Spannung in V

I = Stromstärke in A

$$R = \frac{l \cdot \rho}{A}$$

$$A = \frac{l \cdot \rho}{R}$$

$$l = \frac{A \cdot R}{\rho}$$

$$\rho = \frac{A \cdot R}{l}$$

$$\rho = \frac{1}{\chi}$$

$$R = \frac{l}{\chi \cdot A}$$

$$A = \frac{l}{\chi \cdot R}$$

$$l = R \cdot \chi \cdot A$$

$$\chi = \frac{l}{A \cdot R}$$

$$\chi = \frac{1}{\rho}$$

l = Länge in m

A = Querschnitt in mm^2

ρ = spezifischer Widerstand in $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$ (Rho)

χ = spezifischer Leitfähigkeit in $\frac{m}{\Omega \cdot mm^2}$ (Kappa)

Leitwert:

$$G = \frac{1}{R}$$

$$R = \frac{1}{G}$$

G = Leitwert in S (Siemens)

R = Widerstand in Ω

Differenzieller Widerstand:

$$r = \frac{\Delta U}{\Delta I}$$

$$\Delta I = \frac{\Delta U}{r}$$

$$\Delta U = \Delta I \cdot r$$

r = Differenzieller Widerstand in Ω

ΔU = Spannungsänderung in V

ΔI = Stromstärkeänderung in A

Widerstand und Temperatur:

$$\Delta R = \alpha \cdot R_{20} \cdot \Delta \vartheta$$

$$R_{20} = \frac{\Delta R}{\alpha \cdot \Delta \vartheta}$$

$$\Delta \vartheta = \frac{\Delta R}{\alpha \cdot R_{20}}$$

$$\alpha = \frac{\Delta R}{R_{20} \cdot \Delta \vartheta}$$

$$R_{\vartheta} = R_{20} + \Delta R = R_{20} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta)$$

$$R_{\vartheta} = R_A \cdot \frac{\tau + \vartheta_E}{\tau + \vartheta_A}$$

$$\tau = \frac{1}{\alpha} - 20^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta \vartheta = \vartheta_E - 20^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta \vartheta = \vartheta_E - \vartheta_A$$

ΔR = Widerstandsänderung in Ω bei $\Delta \vartheta$

$\Delta \vartheta$ = Temperaturänderung in K

α = Temperaturkoeffizient in $\frac{1}{\text{K}} = \text{K}^{-1}$

τ = Temperaturkennwert in K

R_{20} = Widerstand in Ω bei 20°C

R_A = Anfangswiderstand in Ω bei ϑ_A

R_{ϑ} = (End-)Widerstand in Ω bei ϑ_E

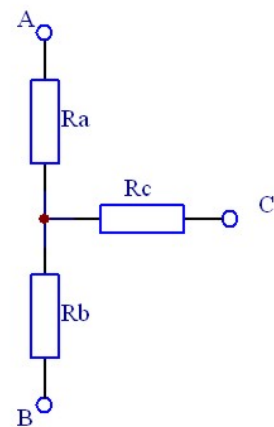
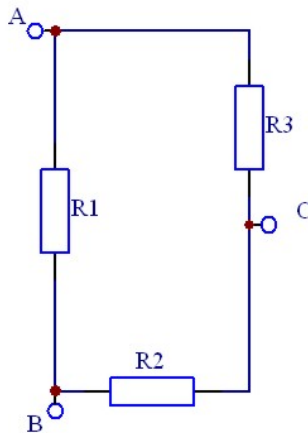
Stern-Dreieck-Stern-Umrechnung:

Dreieck in Stern:

$$R_a = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_b = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_c = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$



Stern in Dreieck:

$$R_1 = R_a + R_b + \frac{R_a \cdot R_b}{R_c}$$

$$R_2 = R_b + R_c + \frac{R_b \cdot R_c}{R_a}$$

$$R_3 = R_a + R_c + \frac{R_a \cdot R_c}{R_b}$$

R_1, R_2, R_3 = Dreieck-Widerstände

R_a, R_b, R_c = Stern-Widerstände

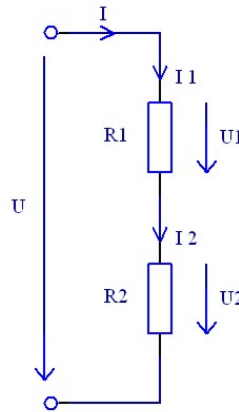
Reihenschaltung von Widerständen:

$$I = I_1 = I_2$$

$$R_g = R_1 + R_2$$

$$U = U_1 + U_2$$

I = Gesamtstromstärke in A
 U = Gesamtspannung in V
 R_g = Gesamtwiderstand in Ω



Parallelschaltung von Widerständen:

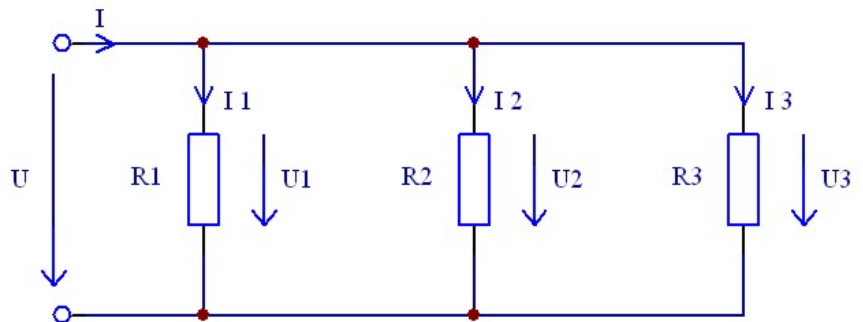
$$U = U_1 = U_2 = U_3$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$\frac{1}{R_g} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad \frac{1}{R} = G$$

$$G_g = G_1 + G_2 + G_3$$

I = Gesamtstromstärke in A
 U = Gesamtspannung in V
 R_g = Gesamtwiderstand in Ω
 G_g = Gesamtleitwert in S



Bei Parallelschaltung von 2 Widerständen gilt:

$$R_g = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_1 = \frac{R_2 \cdot R_g}{R_2 - R_g}$$

$$R_2 = \frac{R_1 \cdot R_g}{R_1 - R_g}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$R_2 = \frac{R_1 \cdot I_1}{I_2}$$

$$R_1 = \frac{R_2 \cdot I_2}{I_1}$$

$$I_1 = \frac{R_2 \cdot I_2}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{R_1 \cdot I_1}{R_2}$$

$$\frac{I_1}{I} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_2 = \frac{R_1 \cdot I_1}{(I - I_1)}$$

$$R_1 = \frac{R_2 \cdot I}{I_1} - R_2$$

$$I_1 = \frac{R_2 \cdot I}{R_1 + R_2}$$

$$I = \frac{(R_1 + R_2) \cdot I_1}{R_2}$$

$$\frac{I_2}{I} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$R_2 = \frac{R_2 \cdot I}{I_2} - R_1$$

$$R_1 = \frac{R_2 \cdot I_2}{(I - I_2)}$$

$$I = \frac{(R_1 + R_2) \cdot I_2}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{R_1 \cdot I}{R_1 + R_2}$$

Elektrische Energie / Elektrische Arbeit:

$$W = U \cdot I \cdot t$$

$$W = U \cdot Q$$

W = Arbeit in J = VAs = Ws = Nm

U = Spannung in V

I = Stromstärke in A

t = Zeit in s

Q = Ladung in As

$$1 \text{ kWh} = 1 \cdot 10^3 \text{ Wh} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ kWs} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Ws} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$1 \text{ J} = 1 \text{ Ws} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ kWs} = \frac{1}{3,6} \cdot 10^{-3} \text{ Wh} = \frac{1}{3,6} \cdot 10^{-6} \text{ kWh} = 0,278 \cdot 10^{-6} \text{ kWh}$$

Leistung:

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{U \cdot I \cdot t}{t} = U \cdot I$$

$$P = \frac{U^2}{R}$$

$$P = I^2 \cdot R$$

$$P = \text{Leistung in W} = \text{VA} = \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

W = Arbeit in VAs = Ws = J = Nm

U = Spannung in V

I = Stromstärke in A

t = Zeit in s

R = Widerstand in Ω

Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$$

$$\eta = \frac{W_{ab}}{W_{zu}}$$

immer < 1 !!!

$$\eta_g = \eta_1 \cdot \eta_2$$

η = Wirkungsgrad

P_{ab} = abgegebene Leistung in W

P_{zu} = zugeführte Leistung in W

W_{ab} = abgegebene Energie/Arbeit in J

W_{zu} = zugeführte Energie/Arbeit in J

η_g = Gesamtwirkungsgrad

Spannungsteiler:

unbelastet:

$$\frac{U_2}{U} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$U_2 = \frac{R_2 \cdot U}{R_1 + R_2}$$

$$U = \frac{(R_1 + R_2) \cdot U_2}{R_2}$$

$$R_1 = \frac{R_2 \cdot U}{U_2} - R_2$$

$$R_2 = \frac{R_1 \cdot U_2}{(U - U_2)}$$

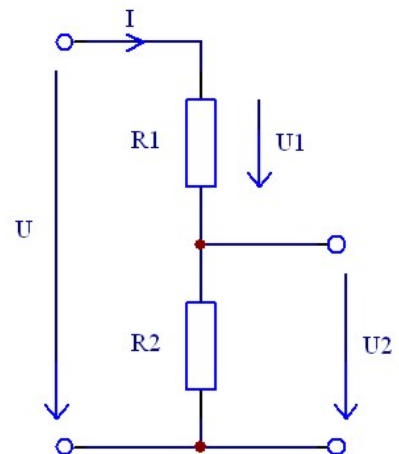
$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$U_2 = \frac{R_2 \cdot U_1}{R_1}$$

$$U_1 = \frac{R_1 \cdot U_2}{R_2}$$

$$R_1 = \frac{R_2 \cdot U_1}{U_2}$$

$$R_2 = \frac{R_1 \cdot U_2}{U_1}$$



belastet:

$$R_x = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

$$R_3 = \frac{R_2 \cdot R_x}{R_2 - R_x}$$

$$R_2 = \frac{R_3 \cdot R_x}{R_3 - R_x}$$

R_x = Ersatzwiderstand für $R_2 \parallel R_3$ (R_L)

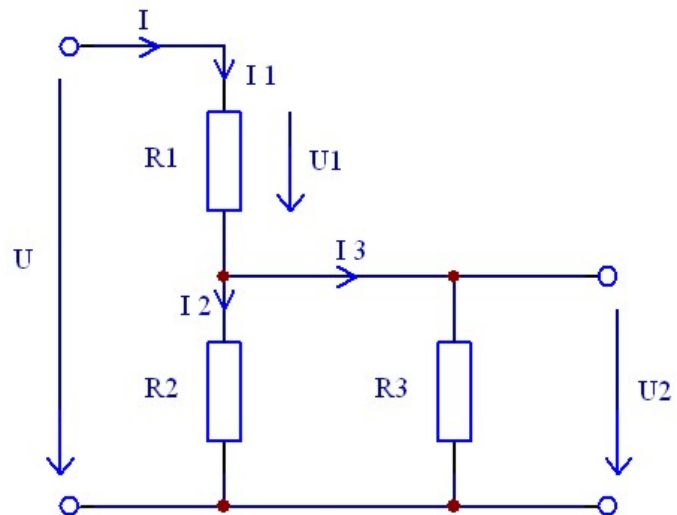
$$\frac{U_2}{U} = \frac{R_x}{R_1 + R_x}$$

$$U_2 = \frac{R_x \cdot U}{R_1 + R_x}$$

$$U = \frac{(R_1 + R_x) \cdot U_2}{R_x}$$

$$R_1 = \frac{R_x \cdot U}{U_2} - R_x$$

$$R_x = \frac{R_1 \cdot U_2}{(U - U_2)}$$



$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_x}$$

$$U_2 = \frac{R_x \cdot U_1}{R_1}$$

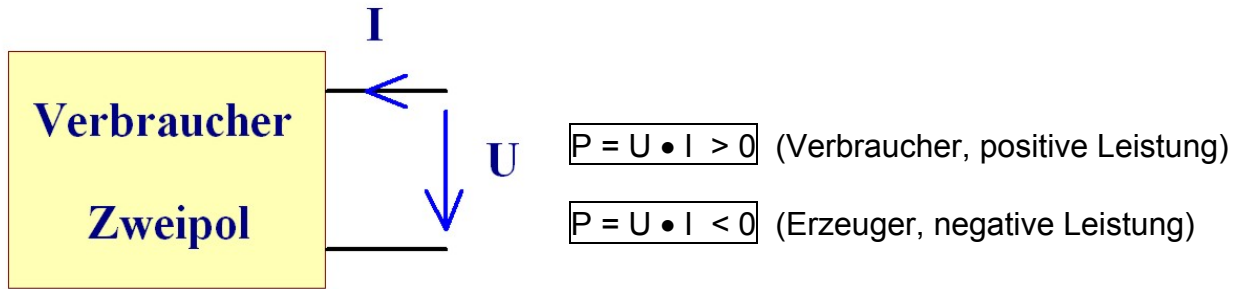
$$U_1 = \frac{R_1 \cdot U_2}{R_x}$$

$$R_1 = \frac{R_x \cdot U_1}{U_2}$$

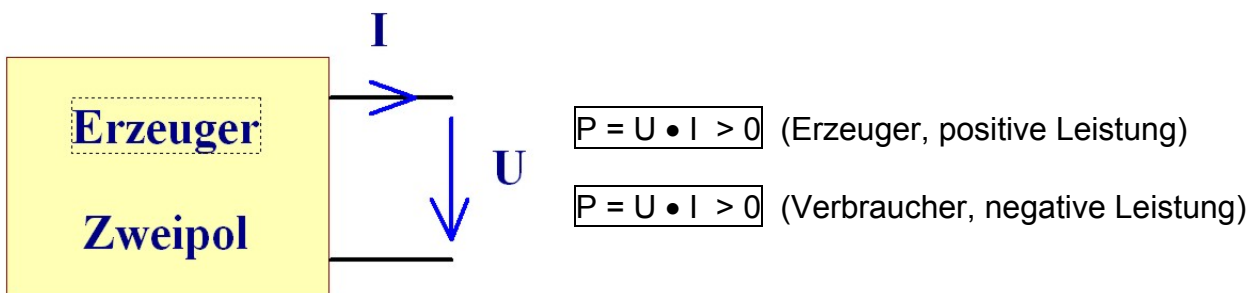
$$R_x = \frac{R_1 \cdot U_2}{U_1}$$

Spannungs- und Strom-Pfeilsysteme:

VZS (Verbraucher-Zählpfeil-System):

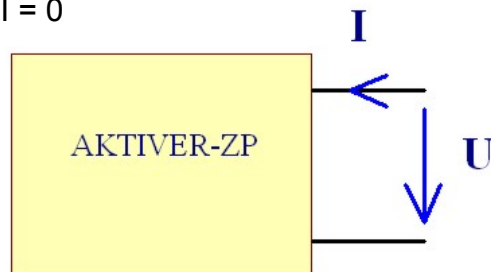


EZS (Erzeuger-Zählpfeil-System):

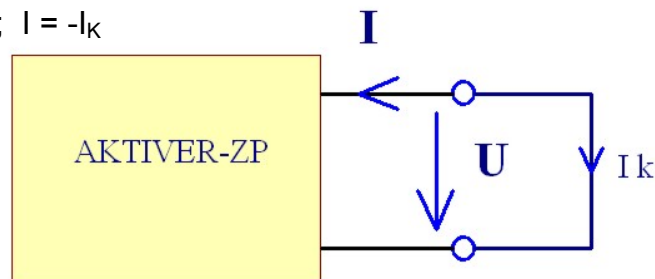


Aktive Zweipole: (VZS)

Leerlauf: $U = U_0$; $I = 0$



Kurzschluß: $U = 0$; $I = -I_k$



U = Klemmenspannung
 U_0 = Leerlaufspannung
 I_k = Kurzschlußstrom

Die Bezugspfeile für Strom I und Spannung U werden so gewählt, daß U_0 und I_k positiv sind !!

Ideale Quellen:

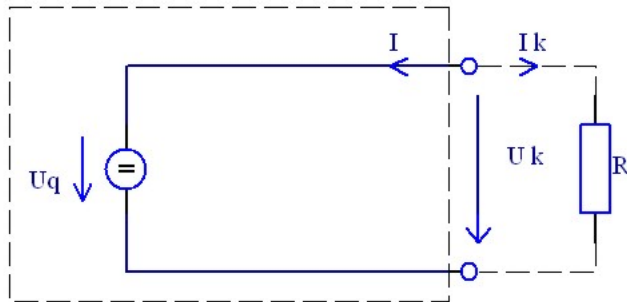
Ideale Spannungsquelle:

$U_k = U_k = U_0 = U_q$

U_k = Klemmenspannung

U_0 = Leerlaufspannung

U_q = Quellenspannung

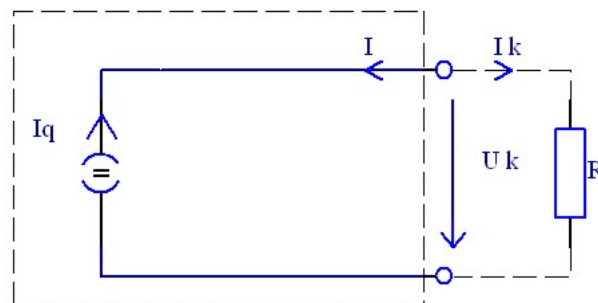


Ideale Stromquelle:

$I_k = I_q = -I$

I_k = Klemmenstrom

I_q = Quellenstrom



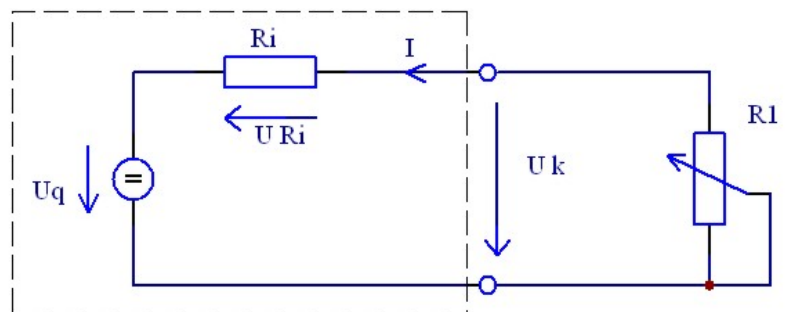
Die Richtungen für die Pfeile von U_q bzw. I_q werden so gewählt, daß $U_q = U_k$ bzw. $I_q = I_k$ ist.

Leistungsanpassung an Quellen:

P_{max} bei $R_1 = R_i$

weil $U_{Ri} = U_{R1}$

(Spannungsteiler)



Reale Quellen:

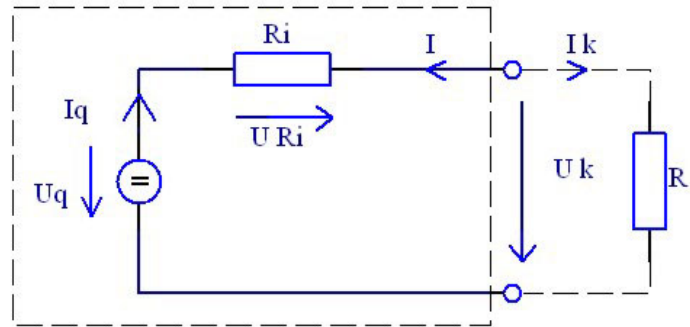
Reale Spannungsquelle:

Leerlauf: $I = 0$ ($R \rightarrow \infty \Omega$)
 $U_k = U_0 = U_q$

Kurzschluß: $U_k = 0$ ($R \rightarrow 0 \Omega$)
 $I = -I_k = -I_q$

$$I_k = \frac{U_q}{R_i} = \frac{U_0}{R_i}$$

$$R_i = \frac{U_0}{I_k}$$



$$U_k = U_q - U_{Ri} \Rightarrow U_k = U_q - (R_i \cdot I) \Rightarrow U_k = U_q - \left(\frac{U_0}{I_k} \cdot I \right)$$

U_k immer $< U_q$!!!!!

- I_k = Klemmenstrom
- U_q = Quellenspannung
- U_0 = Leerlaufspannung
- U_{Ri} = Spannung am Innenwiderstand
- R_i = Innenwiderstand

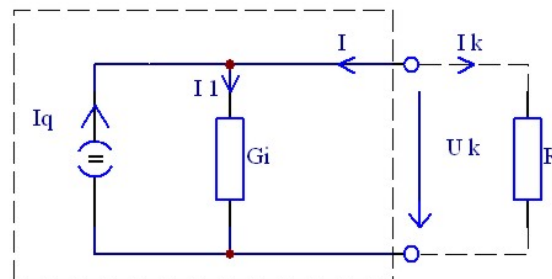
Reale Stromquelle:

Kurzschluß: $U_k = 0$ ($R \rightarrow 0 \Omega$)
 $I = -I_q = -I_k$

Leerlauf: $I = 0$ ($R \rightarrow \infty \Omega$)
 $U_k = U_0$

$$U_k = \frac{I_1}{G_i} = \frac{I_q}{G_i}$$

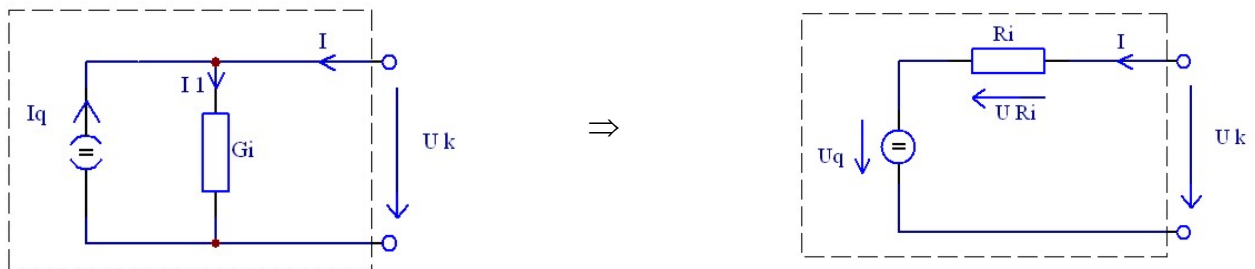
$$G_i = \frac{I_k}{U_0}$$



$$I = I_1 - I_q \Rightarrow I = (G_i \cdot U_k) - I_q \Rightarrow I = \left(\frac{I_k}{U_0} \cdot U_k \right) - I_q$$

- $U = U_k = U_{Gi}$ = Klemmenspannung
- I_q = Quellenstrom
- I_k = Klemmenstrom
- I_1 = Strom durch Innenleitwert
- G_i = Innenleitwert

Umrechnung Strom- in Spannungsquelle:

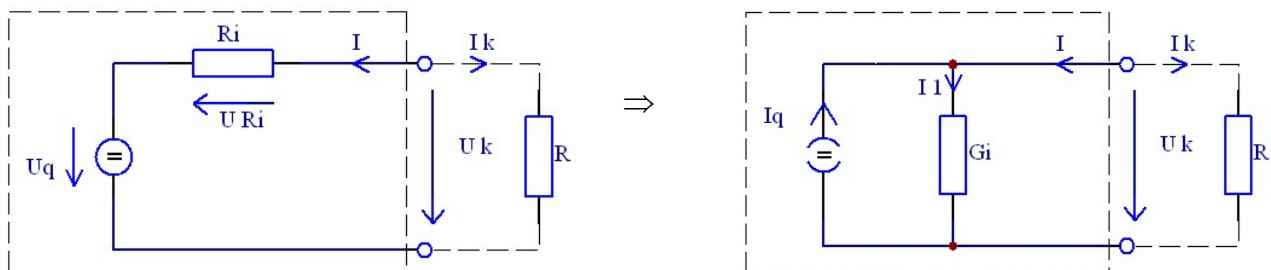


Bei Leerlauf $\Rightarrow U_0 = \frac{I_q}{G_i}$ $\Rightarrow U_0 = U_q ; R_i = \frac{1}{G_i}$

- I_q = Quellenstrom
- U_q = Quellenspannung
- U_0 = Leerlaufspannung
- R_i = Innenwiderstand
- G_i = Innenleitwert

!!!! Pfeilrichtung von I_q und U_q sind entgegengesetzt !!!!!

Umrechnung Spannungsquelle in Stromquelle:



Bei Kurzschluß $\Rightarrow I_k = \frac{U_q}{R_i}$ $\Rightarrow I = -I_q = -I_k ; G_i = \frac{1}{R_i}$

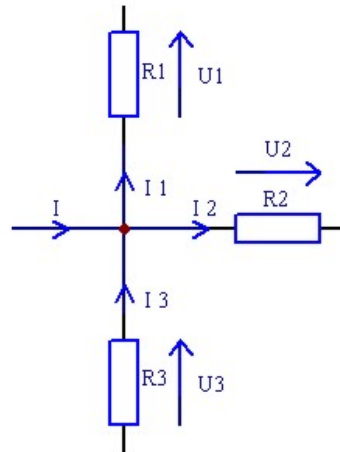
- I_k = Klemmenstrom
- I_q = Quellenstrom
- U_q = Quellenspannung
- R_i = Innenwiderstand
- G_i = Innenleitwert

!!!! Pfeilrichtung von U_q und I_q sind entgegengesetzt !!!!!

Knotensatz (1. Kirchhoffsches Gesetz):

„ Die Summe aller Ströme
in einem Knoten ist Null „

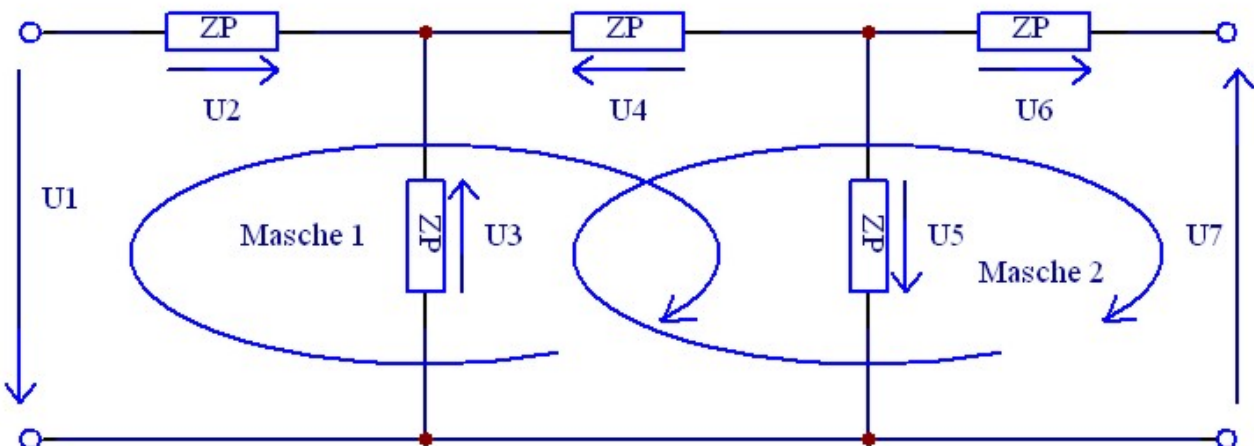
$$I - I_1 - I_2 + I_3 = 0$$



Abfließende Ströme (I_1) werden z. B. negative gezählt, zufließende Ströme (z.B. I_3) werden positiv gezählt oder umgekehrt.

Maschensatz (2. Kirchhoffsches Gesetz) :

„ Die Summe aller Spannungen
in einer Masche ist Null „



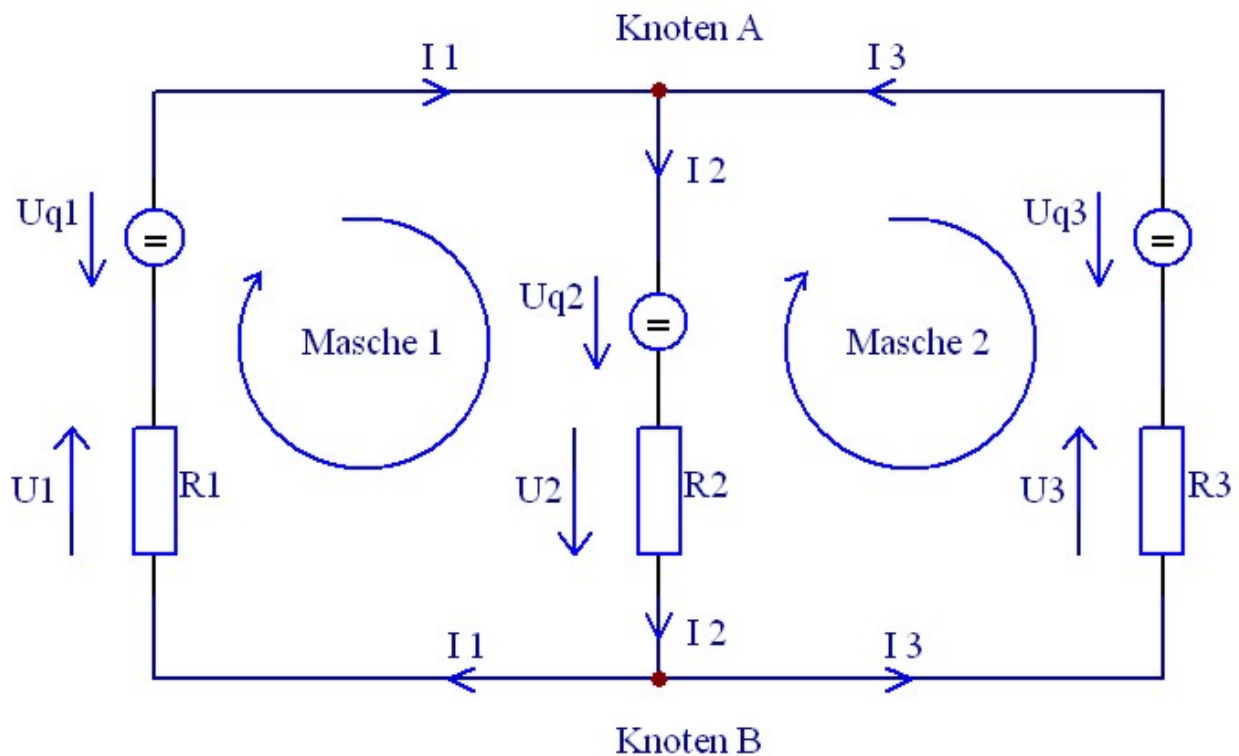
Jede Masche hat einen Umlaufsinn !!

Stimmt die Richtung des Spannungspfeiles nicht mit dem Umlaufsinn der Masche überein, so ist diese Spannung mit negativem Vorzeichen in die Maschengleichung einzusetzen.

Stimmt die Richtung des Spannungspfeiles mit dem Umlaufsinn der Masche überein, so ist diese Spannung mit positivem Vorzeichen in die Maschengleichung einzusetzen.

$$\text{Masche 1: } U_2 - U_4 + U_5 - U_1 = 0$$

$$\text{Masche 2: } U_3 - U_4 + U_6 - U_7 = 0$$

Berechnungen an einem Netzwerk mit Maschen- und Knotensatz:

Enthält ein Netzwerk m Zweigströme, so sind zu deren Berechnung m unabhängige Gleichungssysteme nötig.

n Knotenpunkte liefern $(n-1)$ unabhängige Knotengleichungen

$$\text{Knoten A: } I_1 + I_3 - I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = I_1 + I_3$$

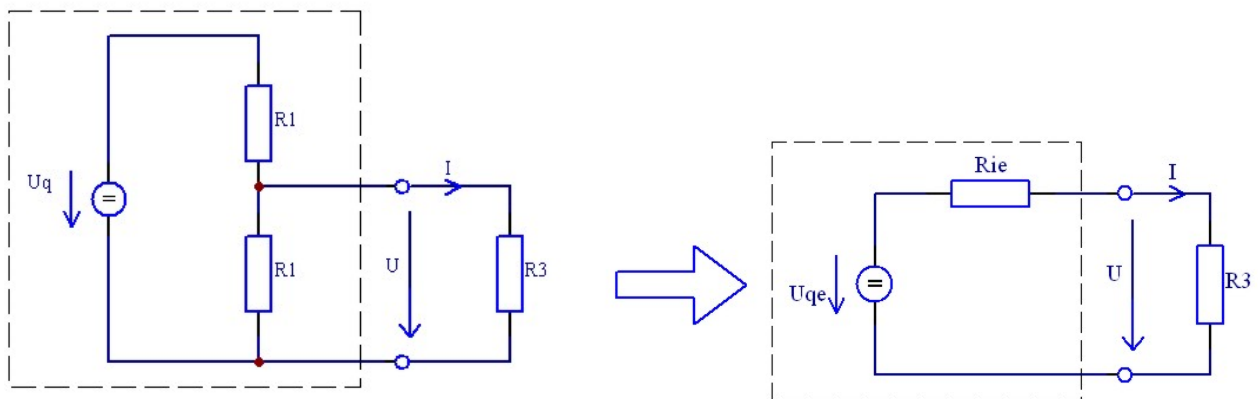
$$\text{Knoten B: } I_2 - I_1 - I_3 = 0 \Rightarrow I_2 = I_1 + I_3$$

Daraus folgt, daß noch $m - (n-1)$ unabhängige Maschengleichungen benötigt werden.

$$\text{Masche 1: } U_{q2} + U_2 + U_1 - U_{q1} = 0$$

$$\text{Masche 2: } U_{q3} - U_3 - U_2 - U_{q2} = 0$$

!!! Gleichungen sind voneinander unabhängig, wenn jede Gleichung mindestens !!! ein Glied enthält, das in den übrigen Gleichungen nicht vorhanden ist !!!

Prinzip der Ersatzspannungsquelle:**1. Bestimmung von U_{qe} (Ersatzquellenspannung) :**

Im Leerlauf (ohne R_3) $\Rightarrow U_{qe} = U$ (in Zeichnung: unbelasteter Spannungsteiler)

2. Bestimmen von R_{ie} (Ersatzinnenwiderstand) :

- Alle Spannungsquellen werden kurzgeschlossen („überbrückt“)
- Alle Stromquellen werden unterbrochen

Anschließend wird der Widerstand des Zweipols bestimmt.